OPUS W
Elektronische Hochschulschriften der Pädagogischen Hochschule Weingarten
und der Hochschule Ravensburg Weingarten

Dimensionsanalytische Betrachtungen des Kraftstoffverbrauchs zur Abschätzung unterer Grenzen von CO_2-Emissionen moderner PKW

André Kaufmann

24.07.2015

Zusammenfassung Schlüsselwörter Kraftstoffverbrauch · Dimensionsanalyse · CO2 label · PKW-Energieverbrauchskennzeichnungsverordnung

Es werden 1428 im Jahr 2013 verfügbare Neufahrzeugtypen hinsichtlich des CO_2-Ausstoßes und der Fahrzeugparameter analysiert. Die gewonnenen Daten werden mit der CO_2-Klassifizierung nach der PKW-EnVKV sowie den CO_2-Flottenzielvorgaben nach EU-Verordnung 443/2009 verglichen.
Unter Verwendung dimensionsanalytischer Methoden wird der Zusammenhang zwischen Kraftstoffverbrauch, Fahrzeugparametern wie Fahrzeugmasse, Höchstgeschwindigkeit und Beschleunigung aufgezeigt und physikalisch begründet.
Durch Analyse der Kennzahlen lassen sich Fahrzeugtypen und Technologien mit hohem spezifischen Verbrauch identifizieren. Es wird deutlich, welche Technologien zu geringen spezifischen Verbräuchen führen.
Die dimensionslosen Kennzahlen werden verwendet, um eine Abschätzung des Kraftstoffverbrauchs von Fahrzeugen nach heutigem Technologiestand zu machen.

1 Klassifizierung und Vorgaben für CO_2-Emissionen von PKW

Die PKW-Energieverbrauchskennzeichnungsverordnung (PKW-EnVKV) wurde bei Ihrer Einführung zum 1. Dezember 2012 von zahlreichen Medien scharf kritisiert. Hintergrund war die Einflußnahme des Verbandes der deutschen Automobilindustrie (VDA) in der Gestaltung der Kennzeichnung. Die Kritik lag in der Berücksichtigung der Fahrzeugmasse, so dass Fahrzeuge mit großer Masse bei einem höheren Realverbrauch eine günstigere CO_2-Klassifizierung als Kleinwagen mit geringerem Realverbrauch erhalten. In diesem Abschnitt wird die PKW-EnVKV näher beschrieben und die weiteren Flottenzielvorgaben nach EU-Richtlinie erläutert.

André Kaufmann
UAS Ravensburg-Weingarten
88241 Weingarten / Germany
Tel.: +49 751 501-9871
E-Mail: Andre.Kaufmann@hs-weingarten.de

1.1 Die PKW-Energieverbrauchskennzeichnungsverordnung

Basierend auf der EU-Verordnung 1999/94/eg zur Bereitstellung von Verbraucherinformationen über den Kraftstoffverbrauch und die CO_2-Emissionen beim Marketing für neue Personenkraftwagen, wurde in Deutschland eine CO_2-Klassifikation von PKW, die PKW-EnVKV, eingeführt. Zur Bestimmung der CO_2-Klassifikation wird ein Referenzwert in Abhängigkeit der Fahrzeugmasse M bestimmt. Der Referenzwert R berechnet sich in linearer Abhängigkeit der Fahrzeugmasse.

$$R = 36,59079 + 0,08987 \cdot M \text{ in } gCO_2/km \tag{1}$$

Die prozentuale Abweichung der CO_2-Emissionen des Fahrzeugs nach Typprüfwert von dem Referenzwert dient als Index für die CO_2- Klassifikation. Der Typprüfwert für die CO_2-Emissionen entspricht dem CO_2-Ausstoß im neuen europäischen Fahrzyklus (NEFZ).

$$\Delta CO_2 = \frac{CO_{2,PKW} - CO_{2,Ref}}{CO_{2,Ref} \cdot 100} \tag{2}$$

Mit der prozentualen Abweichung ΔCO_2 lässt sich die CO_2-Effizienzklasse aus Tabelle 1 ermitteln.

1.2 EU-Verordnung 443/2009

Zur Erreichung der 1990 festgeschriebenen Klimaziele und der diesbezüglichen Reduzierung der CO_2-Emissionen

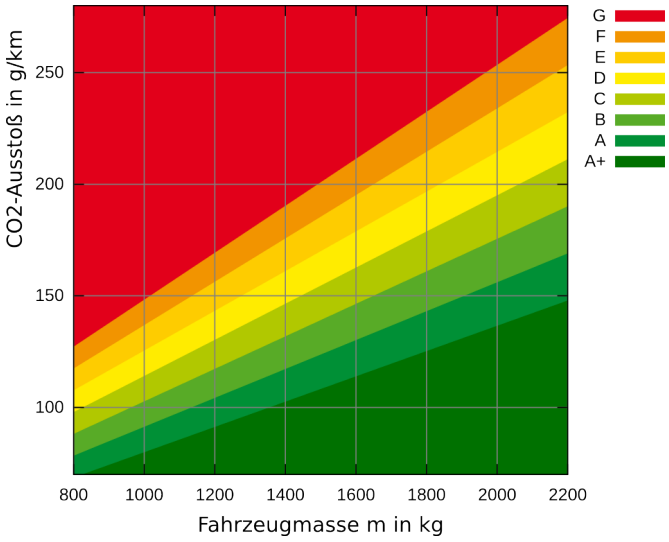

Abb. 1 CO_2-Klassifizierung nach PKW-Energieverbrauchskennzeichnungsverordnung (PKW-EnVKV)
[1]

CO_2-Effizienzklasse	Bandbreite der Klassen Prozentuale Abweichung ΔCO_2
A+	$\leq -37\%$
A	$-36.99\% \leq \Delta CO_2 \leq -28\%$
B	$-27.99\% \leq \Delta CO_2 \leq -19\%$
C	$-18.99\% \leq \Delta CO_2 \leq -10\%$
D	$-9.99\% \leq \Delta CO_2 \leq -1\%$
E	$-0.99\% \leq \Delta CO_2 \leq 8\%$
F	$8.01\% \leq \Delta CO_2 \leq 17\%$
G	$\Delta CO_2 \geq 17.01\%$

Tabelle 1 Effizienzklasse nach PKW-EnVKV in Abhängigkeit von der prozentualen Abweichung von dem CO_2-Richtwert. Quelle: PKW-EnVKV [8]

wurde mit der EU-Verordnung 443/2009 ein Flottenziel für den CO_2-Ausstoß eines jeden Herstellers getroffen, so dass die Gesamtfahrzeugflotte der Neuzulassungen im Zeitraum 2012-2015 weniger als $130\,gCO_2/km$ und ab 2021 weniger als $95\,gCO_2/km$ ausstößt.
Um dem erhöhten CO_2-Ausstoß aufgrund des höheren Energiebedarfs schwerer Fahrzeuge Rechnung zu tragen, und Hersteller schwerer Fahrzeugflotten nicht zu benachteiligen, wurde ein massenabhängiger CO_2-Grenzwert festgelegt [8].

Flottenzielvorgabe 2012-2015

$$CO_2 \leq 130 + 0,0457 \cdot (M - 1372\,kg)\,gCO_2/km \qquad (3)$$

Flottenzielvorgabe für 2020/2021

$$CO_2 \leq 95 + 0,0333 \cdot (M - 1372\,kg)\,gCO_2/km \qquad (4)$$

Die Flottengrenzwerte lassen sich in Abb.2 mit den Typprüfwerten von Neuwagen aus dem Jahr 2013 vergleichen. Es wird deutlich, dass die Mehrheit der Fahrzeugtypen über den Referenzgeraden liegt. Weiterhin ist aus Abb. 2 ersichtlich, dass die meisten Fahrzeuge unter dem Referenzwert R der PKW-EnVKV liegen. Der Referenzwert R liegt auch deutlich über dem Flottenziel nach EU-Verordnung 443/2009 für den Zeitraum 2012-2015 und das Jahr 2020. Eine Ausgleichsgerade durch die Erhebung der Fahrzeuge aus 2013 in Abbildung 2 durch den Ursprung ergibt einen CO_2-Ausstoß von etwa $100gCO_2/km$ auf $1000\,kg$ Fahrzeuggewicht. Der duch die Fahrzeugmassen bedingte Anstieg für den CO_2-Ausstoß der Flottenzielvorgaben liegt mit $45,7$ und $33,3$ gCO_2/km auf $1000\,kg$ deutlich unter der Ausgleichsgeraden. Die Massenabhängigkeit in den Flottenzielen nimmt zu 2020/2021 deutlich ab und zwingt die Hersteller dazu, große und schwere Fahrzeuge mit weiteren CO_2-Ausstoßreduzierenden Maßnamen auszustatten, um das Flottengesamtziel zu erreichen.

1.3 Analyse von Fahrzeugparametern

Um eine Datenbasis für den Zusammenhang zwischen Fahrzeugparametern und Kraftstoffverbrauch bzw. CO_2-Ausstoß moderner Fahrzeuge aufzuzeigen wurde eine Datenbasis mit 1428 im Jahr 2013 verfügbaren Neufahrzeugtypen erstellt. Es wurden die folgenden Parameter aus den Fahrzeugprospekten der Hersteller erfasst.

- Kraftsoffart (Ottokraftstoff/Diesel)
- Motorisierung (Otto Saugmotor/Otto Turbo/Diesel Turbo)
- Kraftstoffverbrauch im Stadtverkehr
- Kraftstoffverbrauch im NEFZ
- CO_2-Ausstoß im NEFZ
- Fahrzeugmasse (M), leer
- Endgeschwindigkeit v_{max} in km/h
- Motornennleistung P in kW
- Beschleunigung Δt $0 - 100\,km/h$

Kennwerte zum Luftwiderstandsbeiwert c_w und die projezierte Widerstandsfläche A stehen für die meisten Fahrzeuge nicht zur Verfügung und wurden daher nicht erfasst.
Der Mittelwert für das Fahrzeugleergewicht beträgt $1568\,kg$ und der Mittelwert für den CO_2-Ausstoß beträgt $153,78\,gCO_2/km$. Hierbei ist zu beachten, dass für den mittleren Flottenausstoß die Gewichtung mit der Anzahl der verkauften Fahrzeuge hinzukommt. Aufgrund fehlender Datenmengen wurde diese Untersuchung nicht weitergeführt.

1.4 CO_2-Emissionen und CO_2-Klassifizierung der analysierten Fahrzeuge

In Abb. 2 sind die CO_2-Emissionen der untersuchten Fahrzeuge in Abhängigkeit der Fahrzeugmasse M auf-

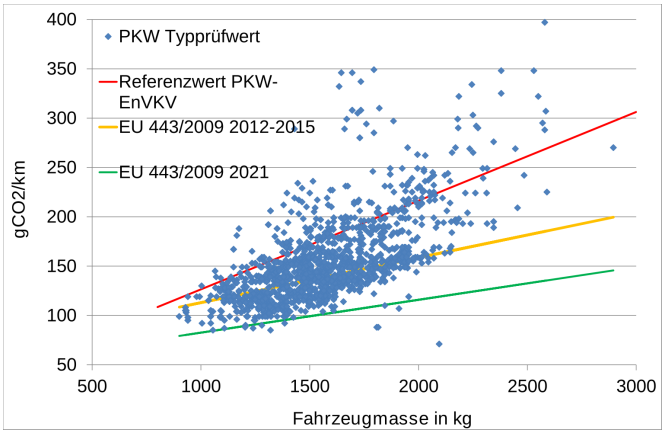

Abb. 2 CO_2-Emissionen in Abhängigkeit von der Fahrzeugmasse für 1428 verschiedene Fahrzeugtypen, Referenzwerte PKW-EnVKV (rot) und CO_2-Flottenziel nach EU-Verordnung 443/2009 (130 gCO2/km gelb, 95 gCO2/km grün)

getragen. Es wird deutlich, dass die CO_2-Emissionen von der Fahrzeugmasse nicht unabhängig sind, wenn auch große Streuungen vorhanden sind.
Die in Abschnitt 2.1 aufgeführten Fahrwiderstände F_i hängen alle bis auf den Luftwiderstand von der Fahrzeugmasse M ab. Der Energieaufwand berechnet sich aus dem Wegintegral der Summe der Fahrtwiderstände unter Berücksichtigung des Antriebsstrangwirkungsgrades η_A.

$$E = \int \left(\sum_i F_i \right) \frac{1}{\eta_A} ds \tag{5}$$

Da der Verbrauch V als Energieumsetzung pro Länge definiert ergibt sich ein Zusammenhang in dem der Verbrauch nicht durch eine Monomiale Darstellung repräsentiert werden kann.

$$V \propto \eta_A \cdot M \cdot g \left(f_r + sin(\alpha) + a/g + c_w \frac{\rho_L v^2 A}{2Mg} \right) \tag{6}$$

Die Bestandteile der inneren Klammer sind dimensionslos. Vor dem Ausdruck geht die Fahrzeugmasse M linear in die Verbrauchsfunktion ein. Aus physikalischer Sichtweise rechtfertigt dies einen Ansatz in dem der Verbrauch und somit der CO_2-Ausstoß linear von der Fahrzeugmasse abhängt.

2 Dimensionslose Kennzahlen zur Charakterisierung von Verbrauch und Motorisierung

Die CO_2-Flottenziele nach EU-Verordnung 443/2009 und die PKW-EnVKV verwenden lineare Funktionen, um die Referenzwerte für den CO_2-Ausstoß zu berechnen. Diese Funktionen sind rein empirischer Natur und entbehren einer physikalischen Grundlage. In diesem Abschnitt werden unter Verwendung der Dimensionsanalyse physikalisch sinnvolle Kenngrößen ermittelt. Dimensionslose Kennzahlen lassen sich unter Verwendung des Buckingham-Π Theorems bilden (Siehe z.B. Görtler [7]). Hierzu werden zunächst Krafstoffverbrauch und Beschleunigung umgerechnet.

2.1 Einflußgrößen zur Verbrauchscharakterisierung

Um den Kraftstoffverbrauch exakt zu charakterisieren, müssen alle Einflußparameter berücksichtigt werden. Diese lassen sich aus den Kräften ableiten, welche zur Bewegung eines PKW notwendig sind.

- Rollwiderstand: Fahrzeugmasse M, Erdbeschleunigung g, Rollwiderstandsbeiwert f_r
- Luftwiderstand: Luftdichte ρ_L, Widerstandsbeiwert c_w, projezierte Fläche A, Fahrzeuggeschwindigkeit v
- Beschleunigung: Beschleunigung a, Fahrzeugmasse M, rotierende Massen m_{rot}
- Steigung: Steigungswinkel α, Fahrzeugmasse M

Weiterhin sind vond dem Fahrzeug Verbrauch V, Motorleistung P und Endgeschwindigkeit v_{max} verfügbare Parameter.
Aus den Kräften lassen sich die folgenden dimensionslosen Kennzahlen identifizieren:

1. Rollwiderstandsbeiwert f_r
2. Luftwiderstandsbeiwert c_w
3. Beschleunigungskennzahl a/g
4. Steigungswinkel α
5. Rotierende Masse/ Fahrzeugmasse m_{rot}/M
6. Gesamtwiderstandskennzahl $\sum_i F_i/(Mg)$
7. Kinetische Widerstandskennzahl $(\rho_L v^2 A)/(Mg)$

In dieser Form sind die Kennzahlen nicht zwingend geeignet, um den Fahrzeugverbrauch zu beschreiben. Nicht alle aufgeführten Parameter sind von den Fahrzeugherstellern verfügbar. In den Herstellerangaben finden sich Angaben zum Verbrauch nach NEFZ, Fahrzeugmasse M , Nennleistung P, Höchstgeschwindigkeit v_{max} und zur Beschleunigung von 0-100 km/h.
Daher muss die Wahl der Parameter auf Größen reduziert werden, die sich aus den Herstellerangaben ermitteln lassen.

2.1.1 Umrechnung von Verbrauch

In Europa wird der Kraftstoffverbrauch in $l/100km$ angeben. Dies entspricht den physikalischen Dimensionen

Energie/Länge. In den USA wird der Verbrauch in Meilen/Gallone angegeben. Dies entspricht den physikalischen Dimensionen Länge/Energie und somit dem Kehrwert der europäischen Angaben.
Nach der europäischen Gesetzgebung wird die Energieeffizienz nach dem CO_2-Ausstoß berechnet und klassifiziert. Unter der Berücksichtigung von Kraftstoffdichte, des Molekulargewichts sowie der Kohlenstoffanteile des Kraftstoffs kann der CO_2-Ausstoß, welcher bei der Verbrennung entsteht, berechnet werden.

- $1\,l$ Ottokraftstoff $\hat{=}\ 2,32\,kg\,CO_2$
- $1\,l$ Diesel $\hat{=}\ 2,65\,kg\,CO_2$

Auch diese Angabe ist jedoch für die Bildung einer dimensionslosen Kennzahl ungeeignet. Daher wird der Kraftstoffverbrauch V nach NEFZ in eine äquivalente Energieumsetzung pro Länge umgerechnet. Dies geschieht unter Berücksichtigung von Kraftstoffdichte und dem Heizwert des Kraftstoffs.

- Ottokraftstoff:
  $\rho_{Otto} = 740\,kg/m^3$, $\Delta h_{Otto} = 42,7\,MJ/kg$

$$\begin{aligned} V &= V\,\frac{l}{100\,km} \cdot 0,74\,\frac{kg}{l} \cdot 42,7\,\frac{MJ}{kg} \cdot \frac{100\,km}{10^5\,m} \\ &= V\,\frac{l}{100\,km} \cdot 0,000316\,\frac{100\,km}{l} \cdot \frac{MJ}{m} \end{aligned} \tag{7}$$

- Dieselkraftstoff:
  $\rho_{Diesel} = 833\,kg/m^3$, $\Delta h_{Diesel} = 42,5\,MJ/kg$

$$\begin{aligned} V &= V\,\frac{l}{100\,km} \cdot 0,833\,\frac{kg}{l} \cdot 42,5\,\frac{MJ}{kg} \cdot 100\,\frac{km}{10^5\,m} \\ &= V\,\frac{l}{100\,km} \cdot 0,000354\,\frac{100\,km}{l} \cdot \frac{MJ}{m} \end{aligned} \tag{8}$$

Diese Größe drückt den Verbrauch als umgesetzte Energie pro Fahrtstrecke aus und bietet sich für die Bildung einer dimensionslosen Kennzahl an. Die Einheit der Größe ist MJ/m.

2.1.2 Umrechnung der Beschleunigung

Die Hersteller geben für die Beschleunigung die Zeit Δt an, die ein Fahrzeug benötigt, um aus dem Stand auf $100\,km/h$ zu beschleunigen. $100\,km/h$ entsprechen $27,77\,m/s$. Die Fahrzeugbeschleunigung erfolgt aufgrund des Energiebedarfs und des Raddrehmoments nicht gleichförmig. Für die Bildung einer dimensionslosen Kennzahl kann jedoch eine mittlere Beschleunigung ermittelt werden.

$$\bar{a} = \frac{27,77\,m/s}{\Delta t} \tag{9}$$

Die mittlere Bechleunigung hat die Einheit m/s^2 und bietet sich zur Bildung einer dimensionslosen Kennzahl an.

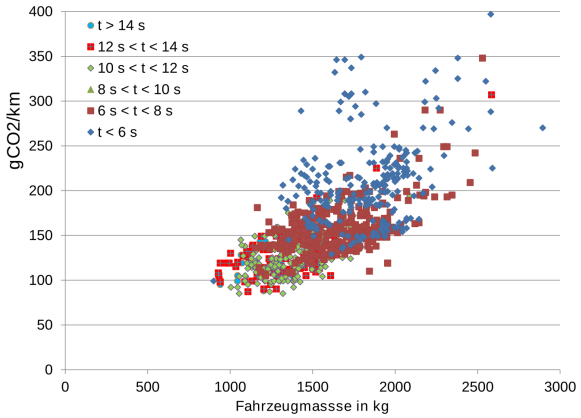

Abb. 3 CO_2-Ausstoß in Abhänigkeit der Fahrzeugmasse aufgeschlüsselt nach Beschleunigungsklassen

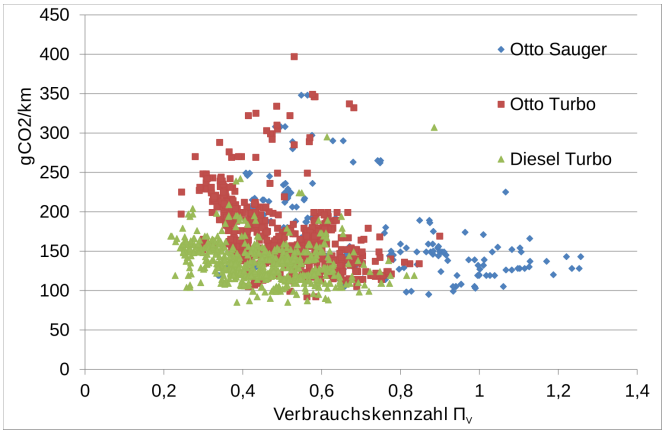

Abb. 4 CO_2-Emissionen in Abhängigkeit der Verbrauchskennzahl Π_V aufgeschlüsselt nach Verbrennungsmotorart (Otto Sauger, Otto Turbo, Diesel Turbo)

2.2 Verbrauchskennzahl Π_V

In Abbildung 3 ist der CO_2-Ausstoß in Abhänigkeit der Fahrzeugmasse aufgeschlüsselt nach Beschleunigungsklassen dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass der CO_2-Ausstoß zum einen mit der Fahrzeugmasse korreliert und zum anderen von der Fahrzeugbeschleunigung abhängt. Fahrzeuge mit geringerer Beschleunigung scheinen tendenziell einen geringeren CO_2-Ausstoß und somit auch einen geringeren Verbrauch zu haben. Dies motiviert die Bildung einer dimensionslosen Kennzahl für den Kraftstoffverbrauch mit der Energieumsetzung V in MJ/m als Verbrauch, der Fahrzeugmasse M in kg und der mittleren Beschleunigung $\bar{a}$ in m/s^2.

$$\Pi_V = \frac{V}{M \cdot \bar{a}} \tag{10}$$

Diese Kennzahl beinhaltet lediglich Einflussgrößen, die bei den Beschleunigungskräften auftreten. Um hier eine sinnvolle Kennzahl zu erhalten, sollten die Beschleu-

nigungskräfte dominant sein. Dies ist insbesondere im Stadtverkehr der Fall, da hier meist keine oder geringe Steigungen und eine geringe Höchstgeschwindigkeit vorliegt. Somit ist hier für den Verbrauch nicht der gesamte NEFZ Zyklus, sondern lediglich der innerstädtische Verbrauch heranzuziehen.
Eine physikalische Interpretation ergibt sich aus den eingehenden Größen: Die Kennzahl Π_V vergleicht den Energieaufwand pro zurückgelegter Distanz, dimensionshomegen zu einer Kraft, mit der notwendigen Beschleunigungskraft des Fahrzeugs. Ein Antriebsstrang mit einen hohen Wirkungsgrad ergibt somit eine kleine Kennzahl Π_V, da für die Beschleunigung des Fahrzeugs wenig Kraftstoff aufgewendet wird.
In Abb. 4 sind die CO_2-Emissionen der Fahrzeuge in Abhängigkeit der Verbrauchskennzahl aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die CO_2-Emissionen und die Verbrauchskennzahl Π_V keine hohe Korrelation aufweisen. Es gibt durchaus Fahrzeuge, die eine kleine Verbrauchskennzahl Π_V und einen hohen CO_2-Ausstoß aufweisen. Die Verbrauschskennzahl macht somit keine Aussage über den Gesamtenergieumsatz, sondern lediglich eine Aussage über die Effizienz des Antriebsstranges. Schwere Fahrzeuge mit einem hohen Technologieeinsatz und einer großen Masse können eine geringe Verbrauchskennzahl bei einem großen CO_2-Ausstoß erreichen.
Prinzipiell ist es auch möglich, die Verbrauchskennzahl mit der Erdbeschleunigung g anstatt der mittleren Beschleunigung $\bar{a}$ zu bilden.

$$\Pi_g = \frac{V}{M \cdot g} \tag{11}$$

Diese Kennzahl entspricht im wesentlichen der Steigung in Abb.2, wenn der Verbrauch in CO_2-Ausstoß umgerechnet wird. Diese Größe wurde bereits in Abschnitt 1.2 diskutiert. Die Kennzahl Π_g liefert eine Aussage über den Verbrauch in Abhängigkeit der Fahrzeugmasse und entspricht dem Anstieg im CO_2-Ausstoß mit der Fahrzeugmasse in den empirischen Ansätzen der PKW-EnVKV und der EU443/2009. Im Gegensatz dazu geht in die Kennzahl Π_V die Fahrleistung durch die mittlere Beschleunigung ein.

2.3 Motorisierungskennzahl Π_M

Eine wichtige Herstellerangabe für den Fahrzeugkauf ist die Nennleistung P des Fahrzeugs. Die Motorleistung ist alleine jedoch nicht ausschlaggebend für die Fahreigenschaften des Fahrzeugs. Fahreigenschaften ergeben sich aus Höchstgeschwindigkeit v_{max} und mittlerer Beschleunigung $\bar{a}$. Zusammen mit der Fahrzeugmasse M lässt sich eine dimensionslose Kennzahl bilden.

$$\Pi_M = \frac{P}{M \cdot v_{max} \cdot a} \tag{12}$$

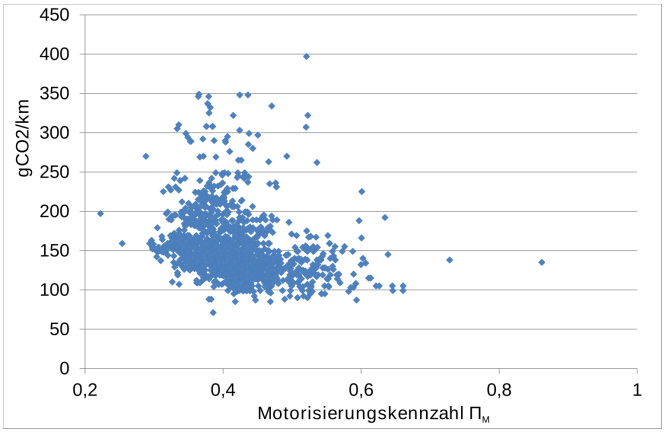

Abb. 5 CO_2-Emissionen in Abhängigkeit der Motorisierungskennzahl Π_V

Im Zähler der Kennzahl geht lediglich die Motornennleistung P ein. Im Nenner gehen die Höchstgeschwindigkeit v_{max}, die Fahrzeugmasse M und die Fahrzeugbeschleunigung a ein. Mit diesen Größen lassen sich die Fahrleistungen des Fahrzeugs beschreiben.
Aus physikalischer Sicht werden somit bei der Motorisierungskennzahl Π_M die Motornennleistung P mit den Fahrleistungen des Fahrzeugs verglichen. Ein Antriebsstrang mit kleiner Kennzahl Π_M erreicht somit große Fahrleistungen bei kleinerer Motorleistung.
Da in die erreichbare Höchstgeschwindigkeit v_{max} neben der Motorleistung P alle Kräfte eingehen, ist diese Kennzahl nicht auf bestimmte Verkehrssituationen beschränkt.
Auch die Motorisierungskennzahl Π_M steht in keinem direkten Zusammenhang zu den absoluten CO_2-Emissionen, wie aus Abb. 5 ersichtlich ist. Fahrzeuge mit großer Endgeschwindigkeit v_{max} und hoher Beschleunigung a können kleine Motorisierungskennzahlen bei hohen CO_2-Emissionen erzielen.

3 Vergleich verschiedener Verbrennungsmotortechnologien

In Abb. 6 ist die Verbrauchskennzahl Π_V in Abhängigkeit der Motorisierungskennzahl Π_M für die untersuchten Fahrzeuge aufgetragen. Dabei wurden die Fahrzeuge nach Art des Verbrennungsmotors aufgeschlüsselt. Kleine Kennzahlen über alle Hersteller hinweg bestätigen die Vorteile des dieselmotorischen Antriebsstrangs hinsichtlich Verbrauch und Fahrleistungen. Weiterhin lässt sich der Vorteil von modernen Otto-Turbomotoren gegenüber Otto-Saugmotoren entnehmen. Bei geringerem Technologieeinsatz bezüglich der Abgasreinigung im Vergleich zum Dieselmotor liegen die Verbrauchskennzahlen und Motorisierungskennzahlen in ähnlichen

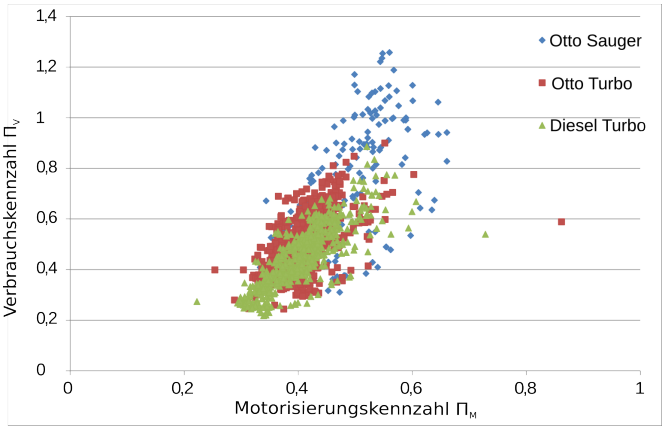

Abb. 6 Verbrauchskennzahl Π_V in Abhängigkeit der Motorisierungskennzahl Π_M aufgeschlüsselt nach Verbrennungsmotorart (Otto Sauger, Otto Turbo, Diesel Turbo)

Größen wie die des modernen Dieselantriebs.
Die untere Grenze für Verbrauchskennzahlen liegt bei etwa $\Pi_V = 0,2$. Die untere Grenze für Motorisierungskennzahlen bei etwa $\Pi_M = 0,3$. Verbrauchskennzahl und Motorisierungskennzahl korrelieren, d.h. Fahrzeuge mit kleiner Motorisierunskennzahl tendieren auch zu kleinen Verbrauchskennzahlen. Ausnahmen bilden hier Fahrzeuge wie Sportwagen oder Hybridfahrzeuge. In

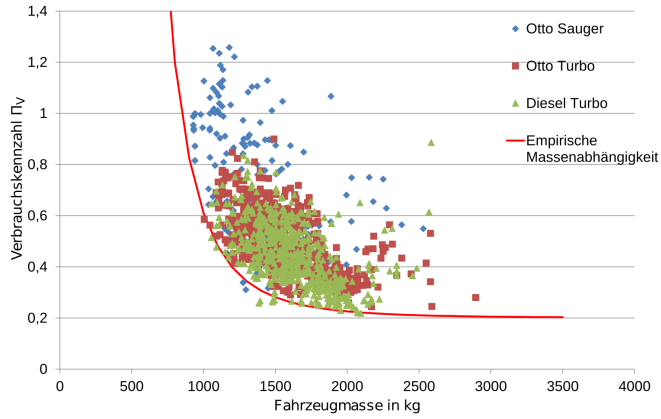

Abb. 7 Verbrauchskennzahl in Abhängikeit der Fahrzeugmasse

der Abbildung 7 ist die Verbrauchskennzahl in Abhängigkeit von der Fahrzeugmasse dargestellt. Zum einen wird deutlich, dass eine untere absolute Grenze für den Kraftstoffverbrauch durch ca. $\Pi_V = 0,2$ gegeben ist. Zum anderen ist zu erkennen, dass die untere Grenze für die Verbrauchskennzahl mit abnehmendem Fahrzeuggewicht zunimmt. Dies hat verschiedene Ursachen und ist Gegenstand weiterer Untersuchungen. Empirisch lässt sich eine untere Grenze der Verbrauchskennzahl für die

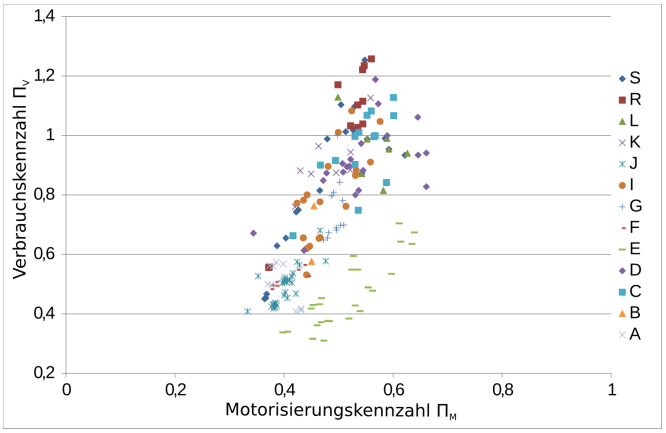

Abb. 8 Vergleich von Verbrauchskennzahl und Motorisierungskennzahl für Otto-Saugmotoren

untersuchten Fahrzeugtypen durch einen mathematischen Ausdruck formulieren.

$$\Pi_{V,l} = a + \left(\frac{M_0}{M}\right)^n \tag{13}$$

Dieser Ausdruck wurde unter Verwendung der Standardverfahren für empirische Korrelationen gewonnen [1],[11]. Für die Konstanten wurde unter Berücksichtigung der Daten $a = 0,2, M_0 = 800\,kg$ und $n = 4$ gewählt. Diese Grenze ist in Abbildung 7 als rote Kurve dargestellt. Die Konstante a entspricht der geringsten erreichbaren Verbrauchskennzahl und der Ausdruck $(M_0/M)^n$ berücksichtigt den Anstieg der Verbrauchskennzahl bei kleinen Fahrzeugmassen.

4 Vergleich der Fahrzeuge unterschiedlicher Hersteller

Interessant ist auch ein Vergleich verschiedener Hersteller mit der Verbrennungsmotorart. Auch hier zeigen sich deutliche Unterschiede aufgrund des unterschiedlichen Technologieaufwandes. Abb. 8 zeigt die Verbrauchskennzahl Π_V in Abhängigkeit der Motorisierungskennzahl Π_M für Otto-Saugmotoren verschiedener Hersteller. Die Spannbreite der Verbrauchskennzahlen von $0,3$ bis $1,3$ zeigt das Einsparpotential bei entsprechendem Technologieeinsatz.

Bei den Motorisierungen mit Otto-Turbomotor und Diesel-Turbomotor zeigt sich eine starke Korrelation zwischen Verbrauchskennzahl und Motorisierungskennzahl. Fahrzeuge mit geringem spezifischen Verbrauch (kleine Π_V) zeigen auch gute Fahrleistungen (kleine Π_M). Diese Korrelation entsteht durch den Gesamtwirkungsgrad des Antriebsstrangs, der auf Verbrauch und Fahrleistung Einfluß nimmt.

Verbrauchskennzahl und Motorisierungskennzahl eig-

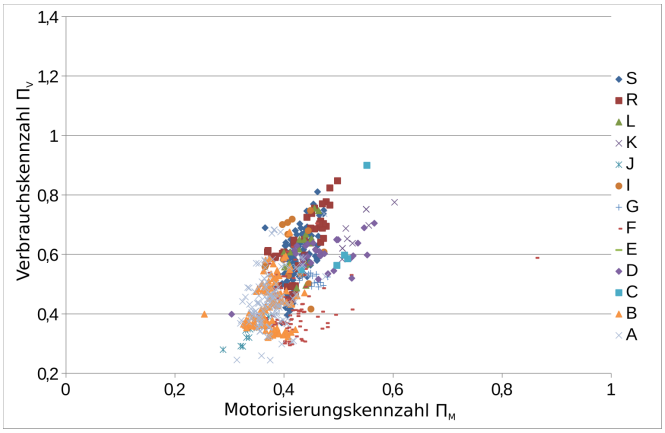

Abb. 9 Vergleich von Verbrauchskennzahl und Motorisierungskennzahl für Otto-Turbomotoren

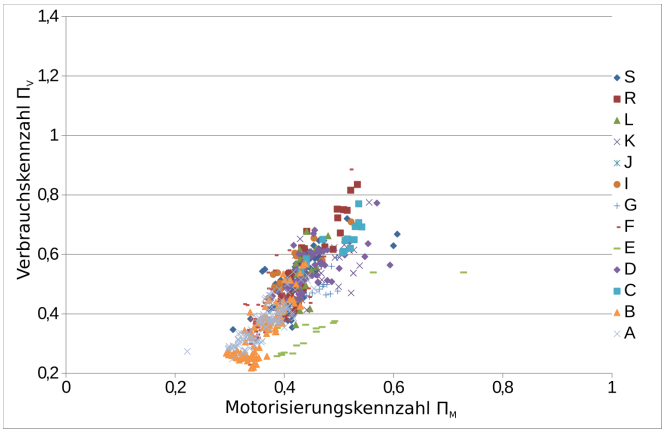

Abb. 10 Vergleich von Verbrauchskennzahl und Motorisierungskennzahl für Diesel-Turbomotoren

nen sich somit, um eine Aussage über den Gesamtwirkungsgrad des Antriebsstranges zu machen. Sie geben jedoch keine Auskunft über den absoluten Verbrauch oder den absoluten CO_2-Ausstoß.

5 Fahrzeuge mit geringem CO_2-Ausstoß

In Abbildung 11 ist die Verbrauchskennzahl in Abhängigkeit der Motorisierungskennzahl aufgetragen. Dabei wurden lediglich Fahrzeuge mit einem CO_2-Ausstoß kleiner $100\,gCO_2/km$ berücksichtigt. Es fällt auf, dass die Motorisierungskennzahlen und die Verbrauchskennzahlen über den ganzen Bereich streuen und nicht auffällig klein sind. Diese Fahrzeuge haben einen kleinen absoluten CO_2-Ausstoß, gleichzeitig jedoch auch sehr geringe Fahrleistungen, ausgedrückt durch eine geringe mittlere Beschleunigung $\bar{a}$ und eine kleine Fahrzeugmasse M. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass der Technologieeinsatz insbesondere bei der Motorisierung mit

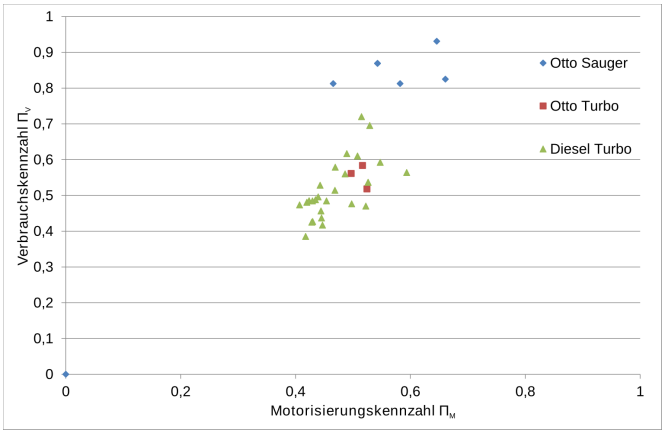

Abb. 11 Verbrauchskennzahl Π_V in Abhängigkeit der Motorisierungskennzahl Π_M für Fahrzeuge mit einem CO_2-Ausstoß kleiner $100\,gCO_2/km$ aufgeschlüsselt nach Verbrennungsmotorart (Otto Sauger, Otto Turbo, Diesel Turbo)

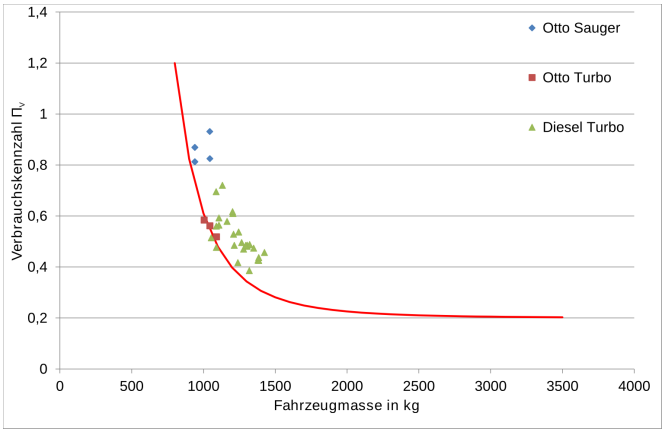

Abb. 12 Verbrauchskennzahl Π_V in Abhängigkeit der Fahrzeugmasse M für Fahrzeuge mit einem CO_2-Ausstoß kleiner $100\,gCO_2/km$ aufgeschlüsselt nach Verbrennungsmotorart (Otto Sauger, Otto Turbo, Diesel Turbo)

Otto Saugmotoren relativ klein ist. Der niedrige absolute CO_2 Ausstoß wird insbesondere durch die niedrige Fahrzeugmasse erreicht.
Es ist zu erwarten, dass getrieben durch die CO_2 Flottenvorgaben nach EU 443/2009, es zu einer weiteren Absenkung der Verbrauchskennzahlen durch steigenden Technologieeinsatz kommt.
In Abbildung 12 ist die Verbrauchskennzahl in Abhängigkeit der Fahrzeugmasse für Fahrzeuge mit einem CO_2-Ausstoß kleiner $100\,gCO_2/km$ aufgetragen. Es ist erkennbar, dass die Fahrzeuge sich in der Nähe der empirischen unteren Verbrauchsgrenze befinden. Dies bestätigt die Annahmen der empirischen Gleichung 13.

6 Asymptotische Abschätzung der unteren Grenze für den Kraftstoffverbrauch künftiger Fahrzeuge

Unter Verwendung der dimensionslosen Kennzahlen lassen sich Abschätzungen für untere Verbrauchsgrenzen hinsichtlich künftiger Fahrzeuge vornehmen. Dazu sind einige Annahmen zu treffen. Aus den obigen Diagrammen für die Verbrauchskennzahl und die Motorisierungskennzahl sind mögliche Grenzen bei hohem Technologieeinsatz zu entnehmen.

- $\Pi_V = 0,35$
- $\Pi_M = 0,35$

Weitere Annahmen zur Abschätzung der notwendigen Motorleistung und dem Verbrauch erfordern einige Annahmen hinsichtlich der mittleren Beschleunigung $\bar{a}$, der Höchstgeschwindigkeit v_{max}. Die mögliche Fahrzeugmasse M lässt sich durch Umformen der Gleichung 13 bestimmen.

$$M = M_0 / (V - a)^{1/4} \tag{14}$$

Dies führt zu den Annahmen für Beschleunigung und Höchstgeschwindigkeit und der möglichen Fahrzeugmasse.

- $0 - 100\,km/h$: $\Delta t = 12\,s$
- $M = 1100\,kg$
- $v_{max} = 150\,km/h$

Die notwendige Motorleistung ergibt sich aus

$$P = \Pi_M \cdot \bar{a} \cdot M \cdot v_{max} = 37\,kW \tag{15}$$

und eine untere Grenze für den innerstädtischen Verbrauch zu

$$V = \Pi_V \cdot M \cdot \bar{a} = 2,8\,l/100km \text{ Ottokraftstoff.} \tag{16}$$

Dies entspricht einem CO_2-Ausstoß von $66\,gCO_2/km$. Die geringe Motorleistung und die eingeschränkten Fahrleistungen sowie die hohen Kosten für den Technologieeinsatz erschweren den Verkauf eines solchen Fahrzeuges. Fahrzeuge wie der Audi A2 3L bewegten sich in diesen Größenordnungen bzgl. des CO_2-Ausstoßes und der Motorleistung im ECO-Mode, wurden jedoch vom Kunden nicht angenommen.
Umgekehrt lassen sich aus den Zielvorgaben für den CO_2-Ausstoß in 2021 mögliche Größen für Beschleunigung und Motorisierung herleiten. Ein CO_2-Ausstoß von $95\,g/km$ entspricht einem Kraftstoffverbrauch von $4,09\,l/100km$ Ottokraftstoff. Bei einer Fahrzeugmasse von $M = 1372\,kg$ lässt sich die mittlere Beschleunigung ermitteln.

$$\bar{a} = \frac{V}{\Pi_V M} = 2,69\,m/s^2 \tag{17}$$

Dies entspricht einer Beschleunigung von $0 - 100km/h$ in $10,3s$. Unter der Annahme einer Höchstgeschwindigkeit von $v_{max} = 180\,km/h$ ergibt sich auch die notwendige Motorisierung.

$$P = \Pi_M \cdot M \cdot v_{max} \cdot a = 65\,kW \tag{18}$$

Die Kundenakzeptanz von Fahrzeugen mit geringer Motorisierung ist aufgrund der Erfahrungen mit Fahrzeugen wie dem Audi A2 der kritische Punkt. Weiterhin stehen Herstellungskosten durch aufwendige Technologien den vom Käufer aktzeptieren Kosten gegenüber.

7 Zusammenfassung

Der empirische Zusammenhang zwischen CO_2-Emissionen und Fahrzeugmasse, wie sie in der PKW-EnVKV zur Verbrauchskennzeichnung oder den CO_2 Grenzen nach der EU 443/2009 verwendet werden, ist physikalisch zu rechtfertigen.
Mittels dimensionsloser Kennzahlen für Verbrauch (Π_V) und Motorisierung (Π_M) lassen sich verfügbare Fahrzeugeflotten analysieren. Die Analyse der Fahrzeugdaten bestätigt die Effizienz des Antriebsstrangs moderner Diesel und Otto Turbomotoren gegenüber den Otto Saugmotoren.
Fahrzeuge mit geringem absoluten CO_2 Ausstoß haben durchweg eine geringe Fahrzeugmasse, aber nicht die günstigste Verbrauchskennzahl oder Motorisierungskennzahl. Der Einsatz weiterer verbrauchssenkender Technologien, wie sie insbesondere bei schweren Fahrzeugen der Oberklasse zum Einsatz kommen, erlaubt bei kleinen Fahrzeugen eine weitere Verbesserung der Motorisierungskennzahl und eine weitere Senkung des Kraftstoffverbrauchs.
Für den heutigen Technologiestand lassen sich mit einigen Annahmen wie Fahrzeuggewicht, Beschleunigung und Endgeschwindigkeit die unteren Grenzen für CO_2-Ausstoß und Verbrauch abschätzen.

8 Danksagung

Herr Frank-William Lehmann hat in einer Projektarbeit die Umfangreiche Datenbasis zusammengetragen, auf der die vorgestellten Ergebnisse beruhen. Ihm gebührt an dieser Stelle mein ausgesprochener Dank.

Literatur

1. St.W. Churchhill, R. Usagi; A Standardized Procedure for the Production of Correlations in the Form of Common Empirical Equation; Ind. Eng. Chem. Fundam. Vol.13,No.1,1974

2. H.V. Henderson, P.F. Velleman; Building Multiple Regression Models interactively; Biometrics, Vol.37,No.2, 1981, pp.391-411
3. H.P.J. de Wilde, P. Kroon; Policy options to reduce passenger cars CO_2-emissions after 2020; Febreuary 2013, http://www.ecn.nl/docs/library/report/2013/e13005.pdf aufgerufen am 10.09.2014
4. European Enviornment Agency; CO_2 emissions performance of car manufacturers in 2012; http://observatoriotransporte.fomento.es/NR/rdonlyres/671186CE-C74F-4BDB-8103-29D501FC073E/123713/EEACO2emissionsperformanceofcarmanufacturersin2012.pdf abgerufen am 10.09.2014
5. Verordnung des Europäischen Parlaments und des Rates zur Änderung der Verordnung EG 443/2009 hinsichtlich der Modalitäten für das Erreichen des Ziels 2020 zur Verringerung der CO_2-Emissionen neuer PKW PE-CONS 120/13, 2012/0190 (COD) http://register.consilium.europa.eu/doc/srv?l=DE&f=PE%20120%202013%20INIT abgerufen am 10.09.2014
6. EU CO_2 emission standards for passenger cars and light-commercial vehilces; The international council on clean transportation; January 2014; www.theicct.org
7. Henry Görtler; Dimensionsanalyse; Springer 1975
8. PKW-Energieverbrauchskennzeichnungsverordnung, http://www.gesetze-im-internet.de/pkw-envkv/BJNR103700004.html, download 12.03.2014
9. H. Tschöke, H.-E. Heinze; Einige unkonventionelle Betrachtungen zum Kraftstoffverbrauch von PKW; Magdeburger Wissenschaftsjournal 1-2/2001
10. G.A. Vignaux; Dimensional Analysis in Data Modelling; in Maximum Entropy and Bayesian Methods, Kluwer Academic Publications 1992
11. G.A. Vignaux, J.L. Scott; Simplifying Regression Models using Dimensional Analysis; 2001